# S-72.060 Signaalit ja järjestelmät
# Tentti 14.3.2005

Vastaa tehtävään 1, tehtävistä 2 – 7 otetaan huomioon neljä parhaiten suoritettua tehtävää.

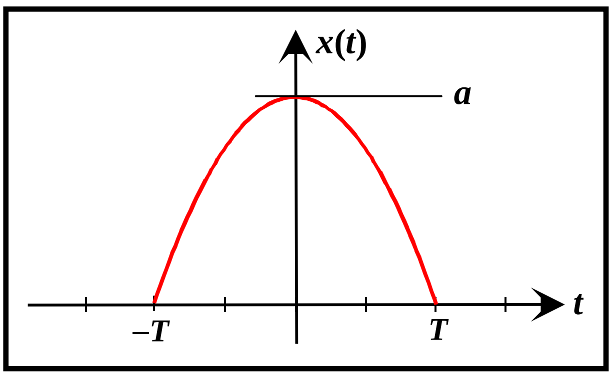
1. Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

a) Miten määritellään jaksollinen signaali matemaattisesti?
b) Esitä signaalin energian lauseke sen Fourier-muunnoksen $X(f)$ avulla.
c) Mikä on tulos Diracin impulssin $\delta(t)$ ja signaalin $x(t)$ konvoluutiosta?
d) IDFT lasketaan 8192 spektrinäytteellä, jotka on otettu 1 kHz välein. Miten pitkää aikaväliä IDFT edustaa, ja mikä on näyteväli aika-alueessa?
e) Kanavan siirtofunktio on $H(f) = 1 - b\exp(-\mathrm{j}2\pi fT)$. Esitä kanavan amplitudi- ja vaihevaste.
f) Tukiaseman herkkyys on –104 dBm. Mitä tehoarvoa (W) tämä vastaa?
g) Kosinimuotoisella tulosignaalilla on epälineaarisen laitteen lähtösignaali $y(t) = 1 + 100\cos(2\pi f_x t) + 2\cos(4\pi f_x t) + 3\cos(6\pi f_x t)$. Ilmoita laitteen 2. asteen ja 3. asteen särökertoimet ja kokonaissärökerroin.
h) Millä ehdoilla on satunnaissignaali laajassa mielessä stationäärinen?
i) Mitä tarkoittavat lyhenteet FM ja DPSK?
j) Mitä suuruusluokkaa (dB) on signaalikvantisointikohinasuhde 8 bitin lineaarisella kvantisoinnilla?

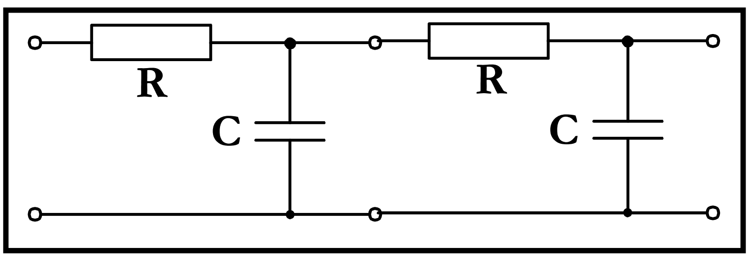
2. Johda oheisen pulssisignaalin

$$x(t) = a\left(1 - \frac{t^2}{T^2}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

Fourier-muunnos. Käytä esim. derivointiteoreemaa, ja älä unohda 1. derivaatan epäjatkuvuuskohtia.




3. Vieressä kuvatun RC-alipäästöpiirien $(R \cdot C = T)$ sarjakytkennän järjestelmäfunktiot ovat:



$$H(f)=\frac{1}{1+j6\pi fT+\left(j2\pi fT\right)^2}\overset{F^{-1}}{\leftrightarrow}$$

$$\frac{1}{T\sqrt{5}}\left[\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\right)T}}-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\right)T}}\right]\mathrm{u}(t)=h(t)$$

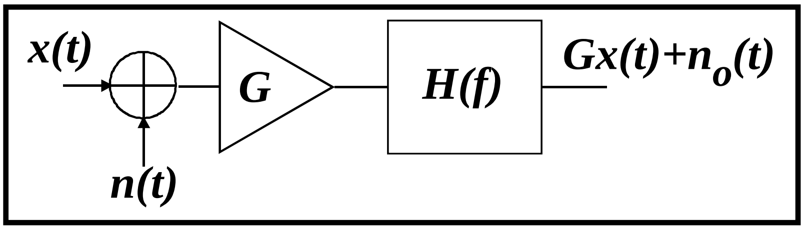
$$\mathrm{u}(t)=\begin{cases}`1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

Määrää graafista konvoluutiota käyttäen sarjakytkennän lähtösignaali, kun tulosignaali on yksikköaskel u($t$)..

4. Parametri $\gamma=\dfrac{\text{-60 dB:n kaistanleveys}}{\text{puolen tehon kaistanleveys}}$ on suodattimen selektiivisyyden eräs määritelmä, jossa 0 dB vastaa suodattimen amplitudifunktion maksimiarvoa. Laske $\gamma$-parametrin arvo 4. asteen Butterworth-suodattimelle. Butterworth-suodattimen amplitudifunktio on

$$A(f)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(f/f_o\right)^{2n}}}.$$

5. Kuvan järjestelmässä valitaan vahvistus $G$ siten, että kun tulosignaalin $x(t)$ amplitudi on 100 µV, on vahvistimen lähtösignaalin amplitudi 1 V. Signaaliin summautuu kohina, jonka 2-puolinen tehospektri on $S_n(f)=\dfrac{N_o}{2}=10^{-20}\,\dfrac{W}{Hz}$. Kaikissa järjestelmäosissa on sama tulo- ja lähtöimpedanssi.



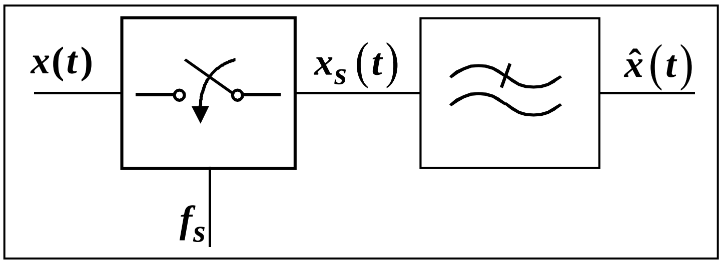

a) Laske tarvittava amplitudivahvistus $G$.
b) Esitä järjestelmän lähtökohinan tehon lauseke, kun suodattimen siirtofunktio on $H(f)$.
c) Laske keskimääräinen lähtökohinateho, kun suodatin on ideaalinen alipäästösuodatin, jonka kaistanleveys $B$ = 1 MHz.

6. Kantoaallon $c(t)=\cos\left(2\pi f_c t\right)$ ja moduloivan signaalin $x(t)$, jonka kaistanleveys on W, summa syötetään epälineaariseen laitteeseen, jonka ominaiskäyrä on $y=x^3$.

a) Esitä epälineaarisen laitteen lähtösignaali $y(t)$ $x(t)$:n potenssien ja kantoaallon harmonisten komponenttien avulla, ja tunnista siitä DSB-modulaatiota sisältävä termi.

b) Piirrä taajuusakselilla $y(t)$:n termien taajuusvälit, ja päätä sen perusteella, kuinka suuri kantoaaltotaajuuden $f_c$ tulee olla, jotta termit eivät olisi päällekkäin taajuusalueessa.

7. Näytteenottojärjestelmän tulosignaali on kahden kosiniaallon summa, $x(t)=\cos\left(2\pi f_{x1}t\right)+0{,}5\cos\left(2\pi f_{x2}t\right)$, jossa $f_{x1}=1$ kHz, $f_{x2}=5$ kHz, ja näytteenottotaajuus $f_s=8$ kHz.




a) Hahmottele näytesignaalin $x_s(t)$ spektri taajuusalueella –20…+20 kHz olettaen näytteenotto ideaaliseksi.

b) Esitä ideaalisella alipäästösuodattimella (kaistanleveys 4 kHz) rekonstruoidun signaalin $\hat{x}(t)$ lauseke.

# S-72.060 Signals and Systems
# Exam 14.3.2005

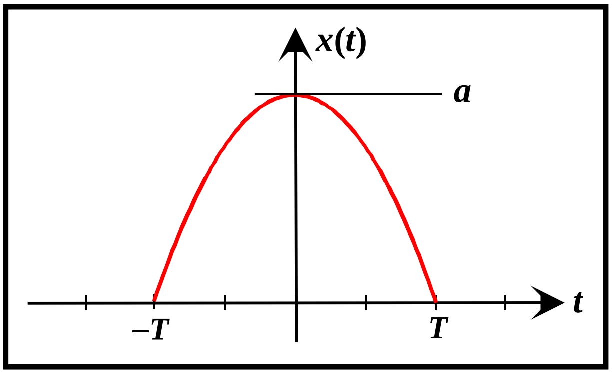
Answer Question 1, of the Questions 2 – 7 the four best performed are taken into account.

1. Give short answers to the following tasks, use figures when needed.

a) How is the periodic signal defined mathematically?
b) Express the energy of a signal with its Fourier-transform $X(f)$.
c) What is the result of convolving a Dirac impulse $\delta(t)$ and a signal $x(t)$?
d) IDFT is calculated with 8192 spectrum samples täken with 1 kHz spacing. How large time interval does the IDFT represent, and how karge is the sample interval in the time domain?
e) The channel transfer function is $H(f) = 1 - b\exp(-\mathrm{j}2\pi fT)$. Write the expressions of the channel amplitude and phase response.
f) The base station sensitivity is –104 dBm. To which power value (W) does this correspond?
g) With a cosine wave input signal is the output signal of a non-linear system $y(t) = 1 + 100\cos(2\pi f_X t) + 2\cos(4\pi f_X t) + 3\cos(6\pi f_X t)$. Determine the 2nd and 3rd order distortion coefficients and the total distortion coefficient.
h) Under which conditions is a random signal wide sense stationary?
i) What means the abbreviations FM and DPSK?
j) Of which order of magnitude is the signal to quantization noise ratio (dB) with 8 bit linear quantization?

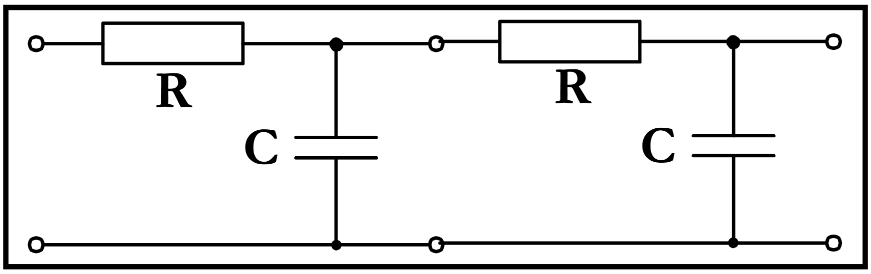
2. Derive the Fourier-transform of the pulse signal

$$x(t) = a\left(1 - \frac{t^2}{T^2}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$




in the adjacent figure. Use e.g. the differentiation method and do not forget the discontinuities of the first derivative.

3. Two RC-low-pass cirduits connected in series without an isolating amplifier $\left(R \cdot C = T\right)$ have the following system functions:




$$HH(f) = \frac{1}{1 + j6\pi fT + \left(j2\pi fT\right)^2} \overset{\mathrm{F}^{-1}}{\leftrightarrow}$$

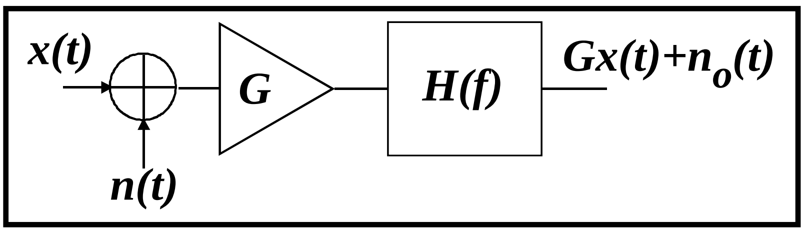
$$\frac{1}{T\sqrt{5}}\left[\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1.5+\sqrt{1.25}\right)T}} - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1.5-\sqrt{1.25}\right)T}}\right]\mathrm{u}(t) = h(t)$$

$$\mathrm{u}(t) = \begin{cases} `1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Determine by graphical convolution the output signal of this circuit when the input signal is a unit step u.$(t)$.

4. One definition of filter selectivity is $\gamma = \frac{\text{-60 dB bandwidth}}{\text{half power bandwidth}}$, where 0 dB corresponds to the maximum filter amplitude response. Determine the $\gamma$-value for a 4th order Butterworth filter. The amplitude response of a Butterworth filter is $A\left(f\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(f / f_o\right)^{2n}}}$.

5. In the system shown in the figure the gain $G$ is chosen so that with a 100 µV amplitude of the input signal *x(t)* the amplifier output amplitude is 1 V. The two-sided power spectral density of the additive noise is $S_n(f) = \frac{N_o}{2} = 10^{-20}\,\frac{W}{Hz}$. All system parts have the same input and output impedance.




a) Determine the amplitude gain $G$.

b) Give the symbolic expression of the system output noise power when the filter transfer function is $H(f)$.

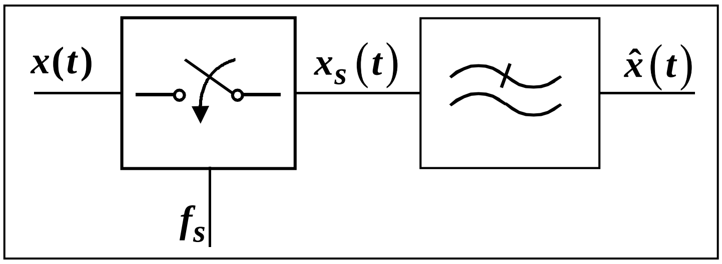
c) Calculate the mean output power, when the filter is an ideal low-pass filter with the bandwidth $B = 1$ MHz.

6. The sum of the carrier wave $c(t) = \cos(2\pi f_c t)$ and the modulating signal $x(t)$, with the bandwidth W, is feed to a nonlinear circuit having the characteristic curve $y = x^3$.

a) Give the expression of the output signal $y(t)$ of the nonlinear circuit using powers of $x(t)$ the harmonic components of the carrier, and identify a term representing DSB modulation.

b) Draw on the frequency axis the frequency intervals occupied by the terms of $y(t)$, and determine based on that how large must the carrier frequency $f_c$ be to prevent overlapping of the spectral terms.

7. In a sampling system the input signal is the sum of two cosine waves, $x(t) = \cos(2\pi f_{x1} t) + 0{,}5\cos(2\pi f_{x2} t)$, where $f_{x1} = 1$ kHz, $f_{x2} = 5$ kHz, and the sampling frequency $f_s = 8$ kHz.




a) Draw the spectrum of the sampled signal $x_s(t)$ in the frequency band –20…+20 kHz with ideal sampling.

b) Give the expression of the reconstructed signal $\hat{x}(t)$, when the reconstruction filter is an ideal low-pass filter with 4 kHz bandwidth.

# S-72.060 Signaler och system
# Tentamen 14.3.2005

Besvara uppgift 1, av uppgifterna 2 – 7 beaktas de 4 bäst utförda.

1. Besvara kort följande delfrågor, använd vid behov figurer:

a) Hur definieras en periodisk signal matematiskt?

b) Ge uttrycket för signalenergin med hjälp av Fourier-transformen $X(f)$.

c) Vilket är resultatet av faltning av en Dirac-impuls $\delta(t)$ och signalen $x(t)$?

d) IDFT beräknas med 8192 spektrumsampel, som tas med 1 kHz interval. Hur långt tidsintervall representerar IDFT, och hur stort är samplingsintervallet i tidsdomänet?

e) Kanalens överföringsfunktion är $H(f) = 1 - b\exp(-\mathrm{j}2\pi fT)$. Ge uttrycken för kanalens amplitud- och fassvar.

f) Basstationens känslighet är –104 dBm. Vilket effektvärde (W) motsvarar detta?

g) Med in kosinusvåg som ingångssignal är utgångssignalen frn ett olinjärt system $y(t) = 1 + 100\cos(2\pi f_x t) + 2\cos(4\pi f_x t) + 3\cos(6\pi f_x t)$. Bestäm systems andra- och tredjegrads distorsionkoefficient och den totala distorsionskoefficienten.

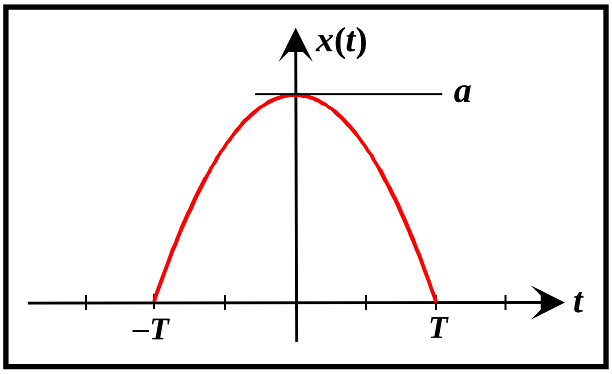
h) Under vilka villkor är en stokastisk signal i vidare mening stationär?

i) Vad betyder förkortningarna FM och DPSK?

j) Av vilken storleksordning är signalkvantiseringsbrusförhållandevid linjär kvantisering med 8 bitar?

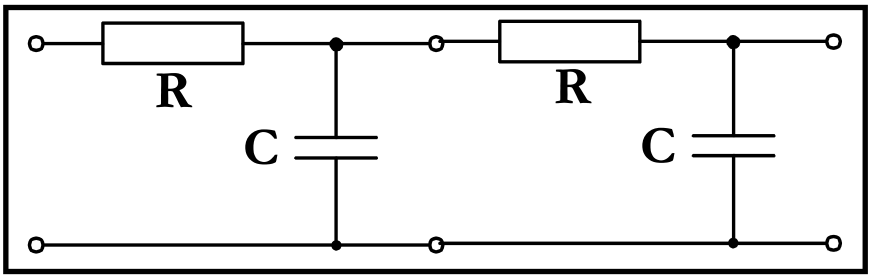
2. Härled Fourier-transformen för pulssignalen

$$x(t) = a\left(1 - \frac{t^2}{T^2}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$




i figuren intill. Använd t.ex. derivatametoden, och glöm inte diskontinuiteten i första derivatan..

3. Två utan isolerande mellanförstärkare seriekopplade RC-lågpassfilter har följande systemfunktioner:




$$H(f)=\frac{1}{1+j6\pi fT+\left(j2\pi fT\right)^2}\overset{F^{-1}}{\leftrightarrow}$$

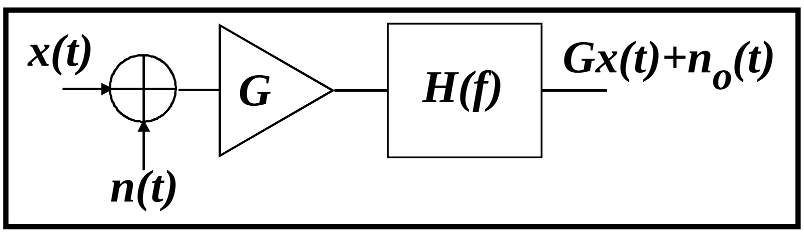
$$\frac{1}{T\sqrt{5}}\left[\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\right)T}}-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\right)T}}\right]\mathrm{u}(t)=h(t)$$

$$\mathrm{u}(t)=\begin{cases}`1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

Bestäm med grafisk faltning seriekopplingens utgångsignal, när inggångssignalen är ett enhetssteg stegsvar u($t$).

4. En mått på filterselektivitet är $\gamma=\frac{\text{-60 dB bandbredd}}{\text{halveffektbandbredd}}$, där 0 dB motsvarar filtrets maximala amplitudsvar. Bestäm $\gamma$-värdet för ett fjärde gradens Butterworth filter. Amplitudsvaret för ett Butterworth filter är $A(f)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(f/f_o\right)^{2n}}}$.

5. I systemet i figuren är förstärkningen $G$ vald så att en 100 μV ingångssignalamplitud $x(t)$ ger 1 V signalamplitud i förstärkarens utgång. Det additive brusets tvåsidiga effektspektrum är $S_n(f)=\frac{N_o}{2}=10^{-20}\,\frac{W}{Hz}$. Alla systemdelar har samma ingångs- och utgångsimpedans.




a) Bestäm amplitudförstärkningen $G$.

b) Presentera det symboliska uttrycket för medeleffekten av systemets utgångsbrus, när utgångsfiltrets överföringsfunktion är $H(f)$.

a) Beräkna utgångseffekten, när filtret är ett idealt lågpassfilter med bandbredden $B = 1$ MHz.

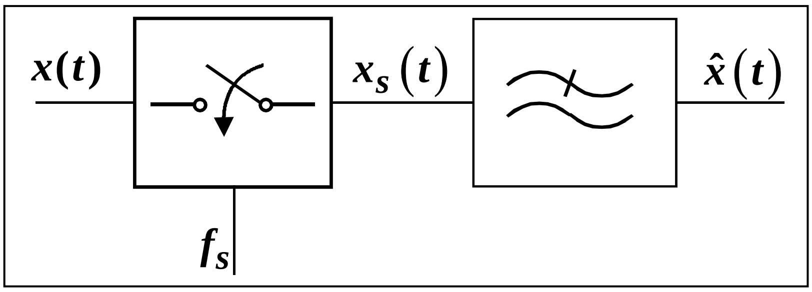
6. Summan av bärvågen $c(t) = \cos(2\pi f_c t)$ och den modulerande signalen $x(t)$ med bandbredden utgör insignalen till en olinjär krets med den karakteristiska funktionen $y = x^3$.

a) Ge uttrycket för den olinjära kretsen utsignalen $y(t)$ med hjälp av potenser av $x(t)$ och bärvågens harmoniska komponenter, och identifiera en term rerpresenterande DSB modulation.

b) Upprita på frekvensaxeln de olika $y(t)$-termernas frekvenintervall, och bestäm med hjälp av grafen bärvågens minimifrekvens $f_c$ för att termernas spectra inte ska överlappa varandra.

7. I ett samplingssystem är ingångssignalen summan av två kosinusvågor, $x(t) = \cos(2\pi f_{x1} t) + 0{,}5\cos(2\pi f_{x2} t)$, där $f_{x1} = 1$ kHz, $f_{x2} = 5$ kHz, och samplingsfrekvensen $f_s = 8$ kHz.

a) Rita upp then samplade signalens $x_s(t)$ spektrum i frekvensområdet –20…+20 kHz under antagande av ideal sampling.




b) Skriv utrycket for den rekonstruerade signalen $\hat{x}(t)$, när rekonstruktionsfiltret är ett idealt lågpassfilter med 4 kHz bandbredd.

**S-72.060 Signaalit ja järjestelmät, Tentti 14.3.2005**

1. Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

a) Miten määritellään jaksollinen signaali matemaattisesti?

b) Esitä signaalin energian lauseke sen Fourier-muunnoksen $X(f)$ avulla.

c) Mikä on tulos Diracin impulssin $\delta(t)$ ja signaalin $x(t)$ konvoluutiosta?

d) IDFT lasketaan 8192 spektrinäytteellä, jotka on otettu 1 kHz välein. Miten pitkää aikaväliä IDFT edustaa, ja mikä on näyteväli aika-alueessa?

e) Kanavan siirtofunktio on $H(f) = 1 - b\exp(-j2\pi fT)$. Esitä kanavan amplitudi- ja vaihevaste.

f) Tukiaseman herkkyys on –104 dBm. Mitä tehoarvoa (W) tämä vastaa?

g) Kosinimuotoisella tulosignaalilla on epälineaarisen laitteen lähtösignaali $y(t) = 1 + 100\cos(2\pi f_x t) + 2\cos(4\pi f_x t) + 3\cos(6\pi f_x t)$. Ilmoita laitteen 2. asteen ja 3. asteen särökertoimet ja kokonaissärökerroin.

h) Millä ehdoilla on satunnaissignaali laajassa mielessä stationäärinen?

i) Mitä tarkoittavat lyhenteet FM ja DPSK?

j) Mitä suuruusluokkaa (dB) on signaalikvantisointikohinasuhde 8 bitin lineaarisella kvantisoinnilla?

Malliratkaisu

a) $x(t+T) = x(t), \quad x(t+kT) = x(t), k$ on kokonaisluku

b) $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 \, df$

c) $x(t)$

d) T = 1 ms, Ts = 1/8192000 s = 0,122070312 μs

e) $H(f) = 1 - b\cos\theta + jb\sin\theta \rightarrow A(f) = \sqrt{1 + b^2 - 2b\cos\theta}, \theta = 2\pi f\tau$

$$\phi(f) = -\arctan\left(\frac{b\sin\theta}{1 - b\cos\theta}\right)$$

f) $10^{-13,4}$ W $= 39,8$ fW

g) $d_2 = 0,02 \quad d_3 = 0,03 \quad d_{tot} = 0,0361$

h) $\mathrm{E}\{x(t)\} = vakio, \quad R_x(t_1, t_2) = R_x(t_2 - t_1)$

i) Frequency modulation (Taajuusmodulaatio), Differential Phase Shift Keying (Differentiaalinen vaiheavainnus)

j) 48 dB

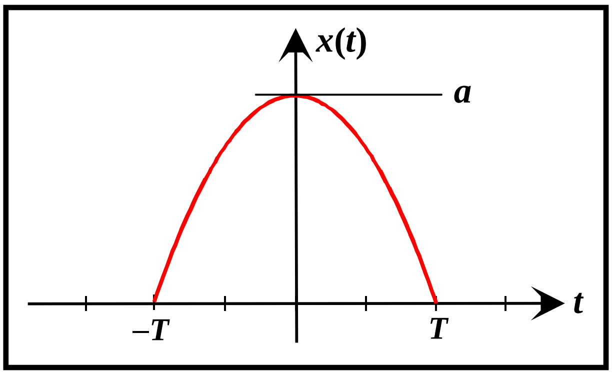
Arvostelu:

0…1 piste/osatehtävä, summa kvantisoidaan lähimmäksi kokonaisluvuksi

2. Johda oheisen pulssisignaalin

$$x(t) = a\left(1 - \frac{t^2}{T^2}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

Fourier-muunnos. Käytä esim. derivointiteoreemaa, ja älä unohda 1. derivaatan epäjatkuvuuskohtia.




Ratkaisu

$$x'(t) = -a\frac{2t}{T^2}\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

$$x''(t) = \frac{2a}{T}\delta(t+T) - \frac{2a}{T^2}\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

$$+\frac{2a}{T}\delta(t+T)$$

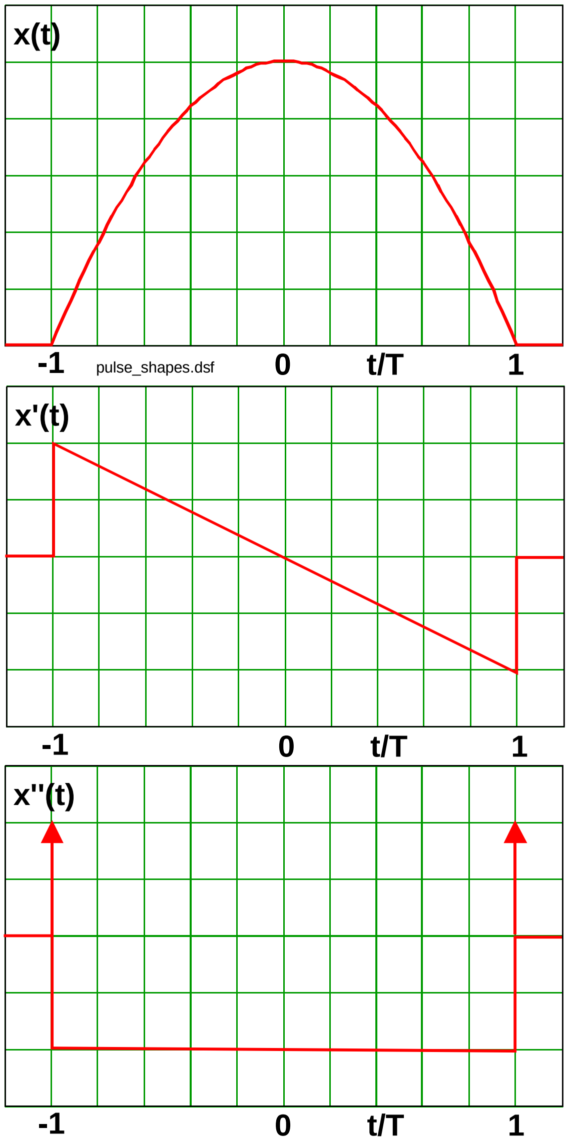
$$\mathrm{F}\{x''(t)\} = \frac{2a}{T}\mathrm{e}^{j2\pi fT}$$

$$-\frac{4a}{T}\mathrm{sinc}(2fT) + \frac{2a}{T}\mathrm{e}^{j2\pi fT}$$

$$= \frac{4a}{T}\left[\cos(2\pi fT) - \mathrm{sinc}(2fT)\right]$$

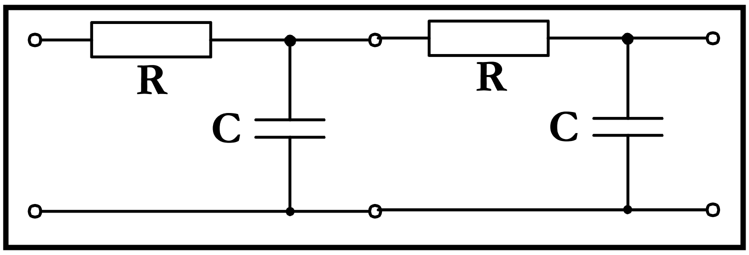
$$X(f) = \frac{\mathrm{F}\{x''(t)\}}{(j2\pi f)^2}$$

$$= 4aT\frac{\left[\mathrm{sinc}(2fT) - \cos(2\pi fT)\right]}{(2\pi fT)^2}$$




Arvostelu:
1 derivaatta oikein, 1p
2. derivaatta oikein, 3p,
impulssifunktioiden muunnos oikein, 1p
derivointikeinon soveltaminen oikein, 3p
oikea lopputulos, 2p

3. Vieressä kuvatun RC-alipäästöpiirien $\left(R \cdot C = T\right)$ sarjakytkennän järjestelmäfunktiot ovat:




$$H(f) = \frac{1}{1 + j6\pi fT + \left(j2\pi fT\right)^2} \overset{\mathrm{F}^{-1}}{\leftrightarrow}$$

$$\frac{1}{T\sqrt{5}}\left[\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\right)T}} - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\right)T}}\right]\mathrm{u}(t) = h(t)$$

$$\mathrm{u}(t) = \begin{cases} `1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Määrää graafista konvoluutiota käyttäen sarjakytkennän lähtösignaali, kun tulosignaali on yksikköaskel u($t$)..

Ratkaisu

Kun $t < 0$, konvoluutiotulos on nolla

Kun $t > 0$, konvoluutiotulos on

$$y(t) = \int_0^t \frac{1}{T\sqrt{5}}\left[\mathrm{e}^{-\frac{u}{\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\right)T}} - \mathrm{e}^{-\frac{u}{\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\right)T}}\right]du$$

$$= \frac{1}{T\sqrt{5}}\left[\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\right)T}}\right) - \left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{u}{\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\right)T}}\right)\right]$$

Arvostelu:
- toinen käännetty, 2p
- kaksi tapausta, 2p
- konvoluutiointegraali ok, 2p
- rajat oikein, 2p
- lopputulos ok, 2p

4. Parametri $\gamma = \dfrac{\text{-60 dB:n kaistanleveys}}{\text{puolen tehon kaistanleveys}}$ on suodattimen selektiivisyyden eräs määritelmä, jossa 0 dB vastaa suodattimen amplitudifunktion maksimiarvoa. Laske $\gamma$-parametrin arvo 4. asteen Butterworth-suodattimelle. Butterworth-suodattimen amplitudifunktio on

$$A(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(f/f_o)^{2n}}}.$$

RATKAISU

Butterworth-suodattimen puolen tehon kaistanleveys on $f_o$.

-60 dB:n kaistan leveys saadaan seuraavasti:

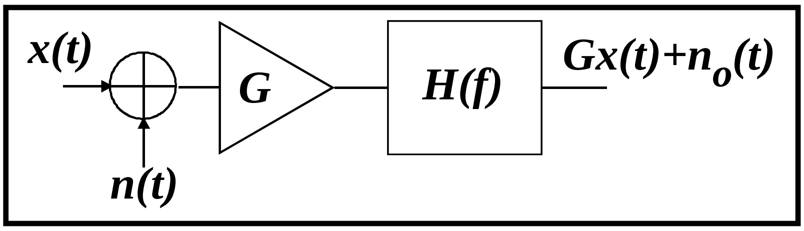
$$A(B_{ek}) = \frac{1}{\sqrt{1+(B_{ek}/f_o)^8}} = 10^{-3} \rightarrow \left(\frac{B_{ek}}{f_o}\right)^8 = 10^6 - 1 = 999999$$

$$B_{ek} = 999999^{0,125}\, f_o = 5.623\, f_o$$

$$\gamma = \frac{\text{-60 dB:n kaistanleveys}}{\text{puolen tehon kaistanleveys}} = 5.623$$

puolen tehon kaistanleveys = *fo, 3p*
dB-muunnos, 3p
Bek laskenta, 3p
Numeerinen lopputulos. 1p

5. Kuvan järjestelmässä valitaan vahvistus $G$ siten, että kun tulosignaalin $x(t)$ amplitudi on 100 μV, on vahvistimen lähtösignaalin amplitudi 1 V. Signaaliin summautuu kohina, jonka 2-puolinen tehospektri on $S_n(f) = \frac{N_o}{2} = 10^{-20}\frac{W}{Hz}$. Kaikissa järjestelmäosissa on sama tulo- ja lähtöimpedanssi.




a) Laske tarvittava amplitudivahvistus $G$.

b) Esitä järjestelmän lähtökohinan tehon lauseke, kun suodattimen siirtofunktio on $H(f)$.

c) Laske keskimääräinen lähtökohinateho, kun suodatin on ideaalinen alipäästösuodatin, jonka kaistanleveys $B$ = 1 MHz.

RATKAISU

a) $$G = \frac{1000000\mu V}{100\mu V} = 10000$$

b) $$P_{n_o} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{n_o}(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 G^2 S_n(f)df = \int_{0}^{\infty} |H(f)|^2 G^2 N_o df$$

c) $$P_{n_o} = \int_{0}^{10^6} 10000^2 \cdot 2 \cdot 10^{-20} df = 2 \cdot 10^{6+8-20} = 2 \cdot 10^{-6} W = 2\mu W$$

Arvostelu:

a) 2p

b) 4p, riippuen miten käyttökelpoinen lopputulos

c) 4p,

6. Kantoaallon $c(t) = \cos(2\pi f_c t)$ ja moduloivan signaalin $x(t)$, jonka kaistanleveys on W, summa syötetään epälineaariseen laitteeseen, jonka ominaiskäyrä on $y = x^3$.

a) Esitä epälineaarisen laitteen lähtösignaali $y(t)$ $x(t)$:n potenssien ja kantoaallon harmonisten komponenttien avulla, ja tunnista siitä DSB-modulaatiota sisältävä termi.

b) Piirrä taajuusakselilla $y(t)$:n termien taajuusvälit, ja päätä sen perusteella, kuinka suuri kantoaaltotaajuuden $f_c$ tulee olla, jotta termit eivät olisi päällekkäin taajuusalueessa.

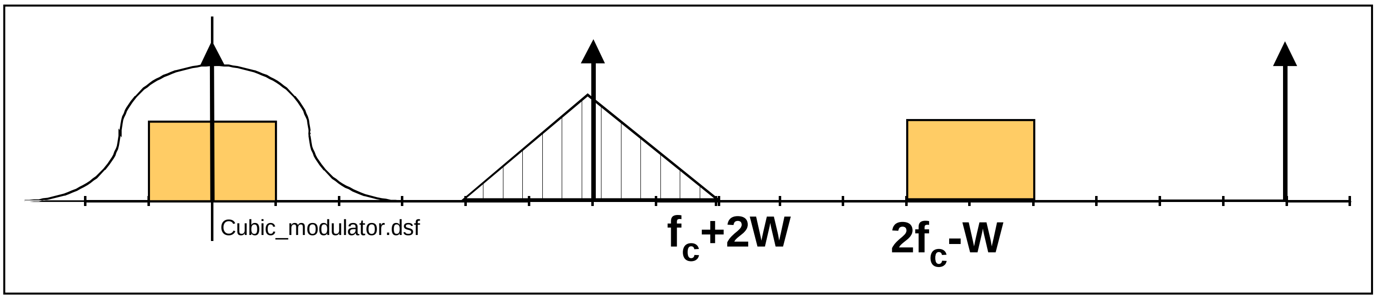
Ratkaisu

a)

$$
\begin{aligned}
y(t) &= \left(x(t) + \cos(2\pi f_c t)\right)^3 \\
&= x^3(t) + 3x^2(t)\cos(2\pi f_c t) + 3x(t)\cos^2(2\pi f_c t) + \cos^3(2\pi f_c t) \\
&= x^3(t) + 3x^2(t)\cos(2\pi f_c t) + 1{,}5x(t) + 1{,}5x(t)\cos(2\pi 2 f_c t) \\
&\qquad + 0{,}75\cos(2\pi f_c t) + 0{,}25\cos(2\pi 3 f_c t)
\end{aligned}
$$

jossa termi $1{,}5x(t)\cos(2\pi 2 f_c t)$ on DSB-modulaatio

b)




$$2f_c - W > f_c + 2W \rightarrow f_c > 3W$$

a) 5p, lauseke 2p + DSB-termin tunnistus 3p

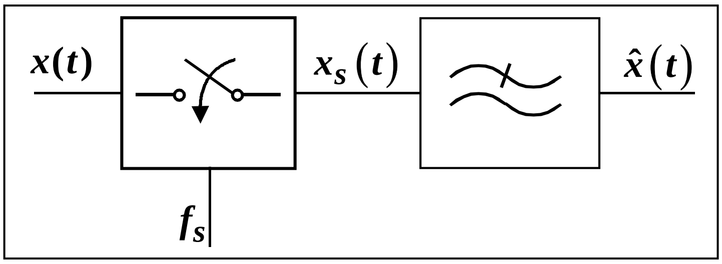
b) spektrikuva 3p, fc-ehto 2p

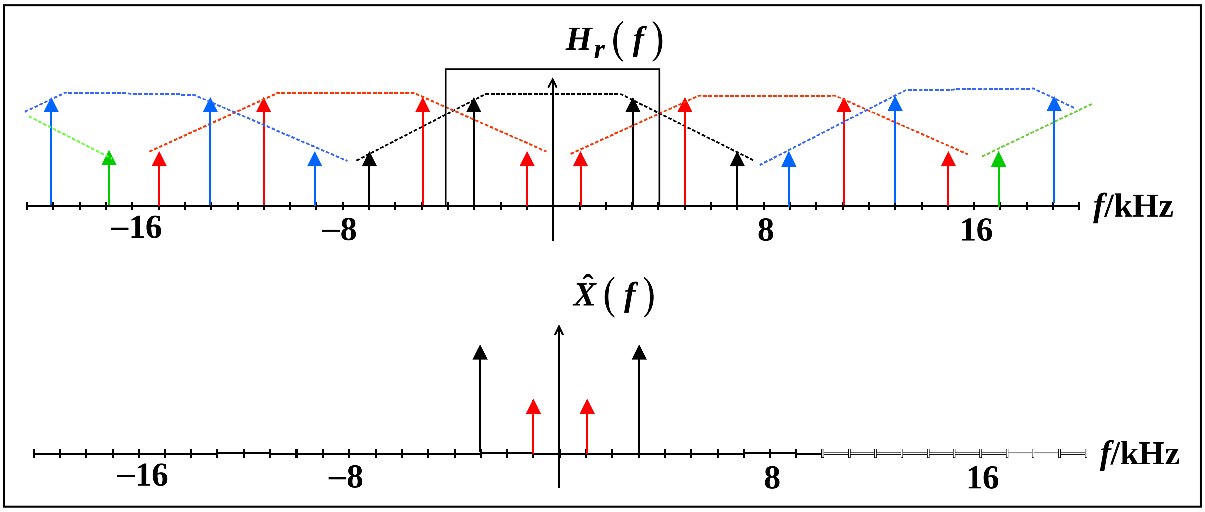
7. Näytteenottojärjestelmän tulosignaali on kahden kosiniaallon summa, $x(t) = \cos(2\pi f_{x1}t) + 0,5\cos(2\pi f_{x2}t)$, jossa $f_{x1} = 1$ kHz, $f_{x2} = 5$ kHz, ja näytteenottotaajuus $f_s = 8$ kHz.

b) Hahmottele näytesignaalin $x_s(t)$ spektri taajuusalueella –20…+20 kHz olettaen näytteenotto ideaaliseksi.

b) Esitä ideaalisella alipäästösuodattimella (kaistanleveys 4 kHz) rekonstruoidun signaalin $\hat{x}(t)$ lauseke.

Malliratkaisu:




spektrin monistuminen näytteenotossa, 3p
kaikki viivat saatu oikein, 2p
alipäästösuodatuksen jättämät spektriviivat oikein, 2p
kahden kosinin tunnistaminen, 3p